

1 右ネジの法則？左手の法則？

電磁気学には「右ネジの法則」とか「フレミングの左手の法則」とか、右だの左だのといった法則が出てくる。数学でも「外積」を学ぶと右ネジがどうこうと言う話になるし、「右手系」という言葉もある。この辺の話は初歩的な範囲でまとめてみた。

1.1 平面座標

普通に平面の座標軸を描けと言われたら、大抵の人は [図 1] のような直角座標系の軸を描くだろう。そして、なぜか必ず x 軸が横、 y 軸が縦で、それどころか x は右、 y は上が正というふうに相場が決まっている。これらは習慣に基づくものだが、もっと自由に決めてよいなら、[図 2] のように、さまざまな座標軸の取り方が考えられる。この中で、回転して同じになるものを除けば^{*1}、座標軸の描き方は何通りあるだろうか。ここでは y 軸が上を向くように揃えて比べてみよう。そうすると、 x 軸は向かって右向きか左向きの 2 通りしかない [図 3]。両者を区別するために、前者を右掌系 [みぎ-てのひら-けい]、後者を左掌系 [ひだり-てのひら-けい] とでも呼ぶことにしよう^{*2}。掌をこちらに向けて見たとき、親指が x 軸に、人差し指が y 軸に対応すると考えてほしい。我々はこのうち右掌系のほうを好んで使っているわけだ。

1.2 空間座標

平面座標で肩慣らしをしたところで、次に空間座標について考えてみよう。今度は座標軸が 3 本もあるから、バリエーションはもっと増えそうな気がする [図 4]。ところが、平面に比べて回転の自由が利くため、実はそんなにたくさんの種類があるわけではない。ここでは、 z 軸をヒョイとつまんで、正のほうから見下ろすように眺めてみよう。このとき、 z 軸は自分のほうを向いて点のように見え、少し向こうに xy 平面が広がっている [図 5]。このように揃えてしまえば、あとは xy 平面が z 軸を中心に回転するしか自由はない。すると、前節の右掌系か左掌系のどちらかに帰着されることが分かるだろう。前者は右手系 [みぎ-て-けい]、後者は左手系 [ひだり-て-けい] と呼ばれている。これは、[図 6]・[図 7] のようなポーズをとったとき、親指・人差し指・中指がそれぞれ x ・ y ・ z 軸に対応すると考えればよい。結局、空間の直角座標系も突き詰めれば 2 種類しかないのである。

1.3 右手系は「右ネジ系」

右手系のポーズに重ねて、[図 8] のようにネジを置いてみよう。これを親指から人差し指のほうに向かって回せば、普通のネジは中指の先に向かって進む。つまり右手系は、 x 軸の正方向から y 軸の正方向に向かってネジを回したとき、ネジが進む方向を z 軸の正方向と決めたもの、ということもできる。たまに溝そのものが逆向きに彫られたネジも存在するので、いま使った普通のネジは「右ネジ」、逆向きのネジは「左ネジ」と呼ぶことにしておく。右手系は言わば「右ネジ系」でもあるわけだ。

*1 裏返すのは認めないことにする。

*2 この用語は私が勝手に造ったものである。

1.4 外積

数学で外積を学ぶと、この「右ネジ」という言葉がよく登場する。 x 軸の正方向を向いたベクトル \vec{e}_x と、 y 軸の正方向を向いた \vec{e}_y との外積 $\vec{e}_x \times \vec{e}_y$ は、 z 軸の正方向を向くように定義されている。ここで右手系と左手系のどちらを用いるか指定しなければ、外積の方向は具体的に定まらないことになってしまうが、外積そのものは抽象的な概念であり、どちらを用いるかは自由である。たまたま右手系で考えた場合、「 \vec{e}_x から \vec{e}_y に右ネジを回したとき、ネジの進む方向」と表現されるのである。

1.5 磁場ベクトル

話を物理学に移そう。電磁気学において、磁場ベクトルが定まる局面を考えてみる。例えば、原点 O を通過する電流素片 $d\vec{i}$ が、点 R に作る磁場 \vec{B} の方向は、ビオ・サヴァールの法則により、 $d\vec{i} \times \vec{OR}$ に一致する。[図 9] のように $d\vec{i}$ が x 軸の正方向、 \vec{OR} が y 軸の正方向を向いている場合、 R にできる磁場は、右手系 / 左手系にかかわらず、 z 軸の正の方向を向くことになる。ということは、どちらの座標系を用いるかによって、 \vec{B} 自体の向きが逆転してしまうのである。こんなふうに磁場の向きを定義して、不都合が生じないのだろうか？ 実はこれで問題ないのであるが、それを具体的に納得するには次節を参照してほしい。

その話をする前に、電流素片 $d\vec{i}$ の作る磁場を、 y 軸上の点だけでなく、 yz 平面全体について考えておこう。右手系であれば、各点において $d\vec{i}$ から \vec{OR} に向かって右ネジをひねってみればよい。すると、[図 10] のような円形の磁場ができることが分かる。この結果だけを見ると、個々の点において考えた右ネジとは別に、もう一つの大きな右ネジが見えてくる。すなわち、「電流の流れを右ネジの進行方向に見立てたとき、周囲には右ネジの回転方向に一致した磁場が生じる」という関係がある。この関係は電流の作る磁場を知るのに便利であるので、「右ネジの法則」と呼ばれている。もちろん左手系で考えれば、 \vec{B} の向きが逆転するので、「左ネジの法則」になるはずである。

1.6 ローレンツ力

磁場 \vec{B} の中を速度 \vec{v} で運動する電荷 q があるとき、電荷には $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ の力が働き、これをローレンツ力と呼ぶ。ここでも再び外積が登場するので、座標系によって向きが変わるかのように見える。しかし、右手系なら右手系、左手系なら左手系で一貫して考えれば、最終的なローレンツ力は同じ向きになるのである。これは、右手系と左手系を入れ替えたとき、まず \vec{B} 自体が逆転し (前節参照)、続いて \vec{F} が定まる際に、その逆転が相殺されるためである。

このような場面で右手系と左手系は全く等価であり、どちらの座標系を用いても構わないのであるが、習慣的には右手系が用いられることが多い。前節の「右ネジの法則」もその一例である。ローレンツ力の方向を知る便法としては、「フレミングの左手の法則」というものがあるが、これは名前とは裏腹に、右手系に基づいた法則であることに注意が必要である。したがって、わざわざ左手を持ち出さなくても、右手・右ネジで考えれば充分である。すなわち、右手の親指に速度 \vec{v} 、人差し指に磁場 \vec{B} の方向を対応させたとき、ローレンツ力 \vec{F} は中指の方向を向く。あるいは「 \vec{v} から \vec{B} に向かって右ネジを回したとき、ネジの進む方向に \vec{F} が働く」と考えてもよい。それなら左手で考えたら逆になってしまうではないか、ということになるが、「フレミングの左手の法則」では、右手とは逆に「中指 (\vec{v}) 人差し指 (\vec{B}) 親指 (\vec{F})」の順に物理量を対応させているので、結果が一致するのである。試しに両手で [図 6]・[図 7] のポーズをとって、左手だけ、人差し指を軸と

してクルリと内向きに 90 度回してみよう。すると右手と同じ形ができるが、指の順序は逆になる。

ちなみに、右手系と同様に指を対応させた「フレミングの右手の法則」というものもあるのだが、こちらは電磁誘導による起電力の方向を知るための便法として知られている。フレミングは、ローレンツ力や誘導起電力の向きが憶えられない学生のために、この便法を考案したと言われているが、実は両者とも煎じ詰めれば同様の説明が可能なので、わざわざ両手を使い分ける必要はない。この点では彼の方法はかえって分かりにくいようにも思われるが、フレミングのオリジナルでは英語の語呂合わせが用いられており、ローレンツ力に関しては左手のほうが好都合だったようである。