$(x-t)^k f^{(k)}(t)$ を t について微分する。

$$\frac{d}{dt}\left[(x-t)^k f^{(k)}(t)\right] = -k(x-t)^{k-1} f^{(k)}(t) + (x-t)^k f^{(k+1)}(t)$$

$g_k(t) = (x-t)^{k-1} f^{(k)}(t)$ とおくと、右辺は $-kg_k(t) + g_{k+1}(t)$ と書ける。両辺を $t = a$ から x まで積分すると

$$\left[(x-t)^k f^{(k)}(t)\right]_a^x = -k\int_a^x g_k(t)dt + \int_a^x g_{k+1}(t)dt$$

この左辺は $-(x-a)^k f^{(k)}(a)$ となる。両辺を $-k!$ で割って

$$\frac{(x-a)^k f^{(k)}(a)}{k!} = \int_a^x \frac{g_k(t)}{(k-1)!}dt - \int_a^x \frac{g_{k+1}(t)}{k!}dt$$

さらに $R_k = \displaystyle\int_a^x \frac{g_k(t)}{(k-1)!}dt$ とおけば

$$\frac{(x-a)^k f^{(k)}(a)}{k!} = R_k - R_{k+1}$$

と書ける。この漸化式を Taylor 展開の知識のもとに眺めれば、左辺は k 次の項そのものであり、右辺の $R_{k+1} = \displaystyle\int_a^x \frac{g_{k+1}(t)}{k!}dt = \int_a^x \frac{(x-t)^k f^{(k+1)}(t)}{k!}dt$ は k 次の項までとったときの剰余項にほかならない。つまり、この等式は「ひとつ項を余分にとればその分だけ剰余項が削り取られる」という内容をよく表わしている。

漸化式を $k = 1$ から n まで書き並べて足し合わせれば

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{(x-a)^k f^{(k)}(a)}{k!} = R_1 - R_{n+1}$$

いま $R_1 = \displaystyle\int_a^x f^{(1)}(t)dt = f(x) - f(a)$ であるので

$$\begin{aligned} f(x) &= f(a) + R_1 = f(a) + \sum_{k=1}^{n} \frac{(x-a)^k f^{(k)}(a)}{k!} + R_{n+1} \\ &= \sum_{k=0}^{n} \frac{(x-a)^k f^{(k)}(a)}{k!} + R_{n+1} \end{aligned}$$

となり、Taylor 展開が再現される。